



# Linguaggi ed Applicazioni multimediali

Vectorial Graphics:  
03.01- Bézier curves,  
03.02- Transformations,  
03.03- 3D graphics

Vectorial Graphics



# CURVE DI BEZIER

La curva di Bézier è un'importante curva parametrica usata nella computer grafica.

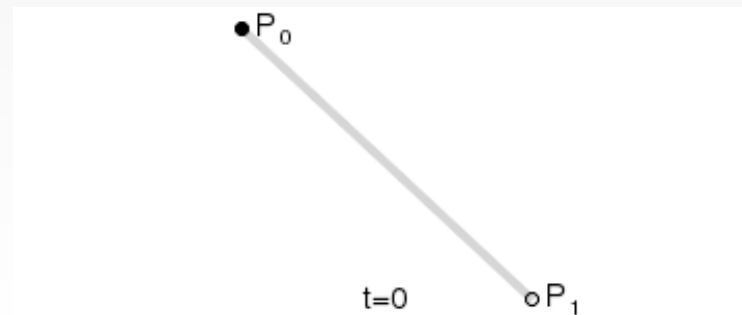
Bézier stabilì un modo di realizzare le curve che partiva da due punti e una linea vettoriale. Un sistema innovativo che permette ancora oggi agli operatori grafici di realizzare disegni curvilinei bellissimi e precisi.



# CURVE DI BEZIER LINEARI

Dati i punti  $\mathbf{P}_0$  e  $\mathbf{P}_1$  (punti di controllo), una curva di Bézier lineare è una linea retta che li attraversa, percorrendo il percorso  $t$ . La curva è data da:

$$\mathbf{B}(t) = (1 - t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1, t \in [0, 1].$$

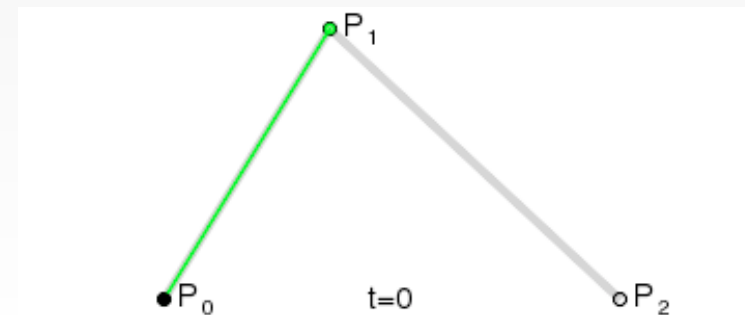
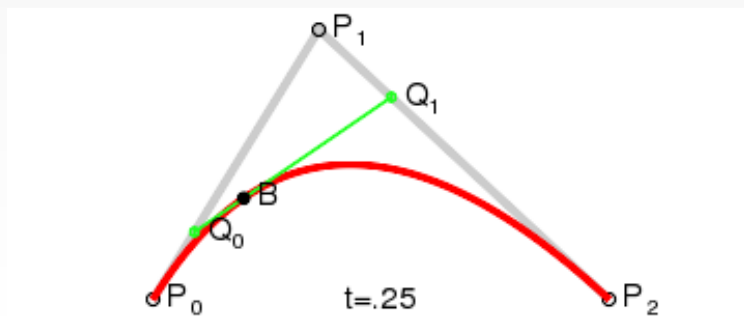




# CURVE DI BEZIER QUADRATICHE

Una curva di Bézier quadratica è il percorso tracciato tramite la funzione  $\mathbf{B}(t)$ , dati i punti  $\mathbf{P}_0$ ,  $\mathbf{P}_1$ , e  $\mathbf{P}_2$ . I punti  $Q_0$  e  $Q_1$  variano durante il percorso, consentendo alla funzione  $\mathbf{B}(t)$  di tracciare il percorso.

$$\mathbf{B}(t) = (1 - t)^2 \mathbf{P}_0 + 2t(1 - t) \mathbf{P}_1 + t^2 \mathbf{P}_2, \quad t \in [0, 1].$$

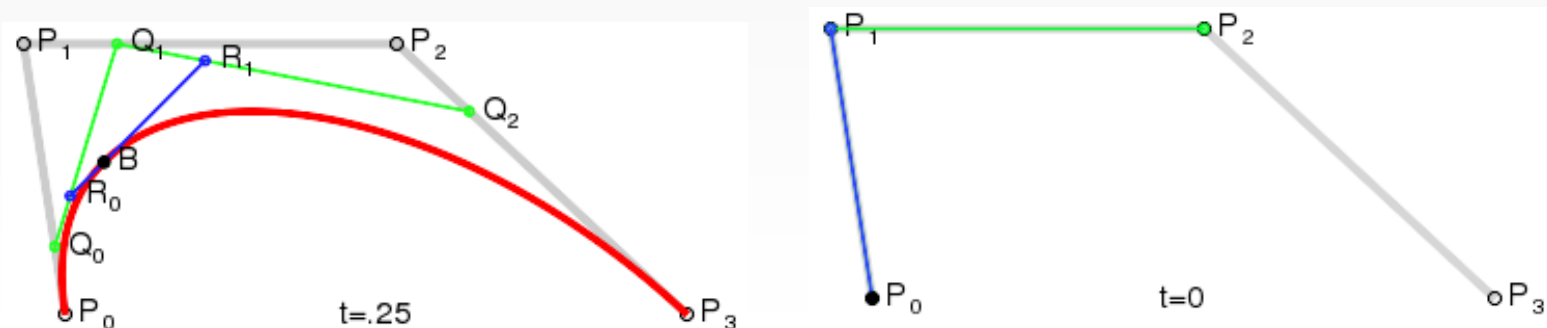




# CURVE DI BEZIER CUBICHE

Quattro punti  $\mathbf{P}_0$ ,  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_2$  e  $\mathbf{P}_3$  nel piano o in uno spazio tridimensionale definiscono una curva di Bézier cubica. La curva ha inizio in  $\mathbf{P}_0$  si dirige verso  $\mathbf{P}_1$  e finisce in  $\mathbf{P}_3$  arrivando dalla direzione di  $\mathbf{P}_2$ . In generale, essa non passa dai punti  $\mathbf{P}_1$  o  $\mathbf{P}_2$ ; questi punti sono necessari solo per dare alla curva informazioni direzionali. La distanza tra  $\mathbf{P}_0$  e  $\mathbf{P}_1$  determina quanto la curva si muove nella direzione di  $\mathbf{P}_2$  prima di dirigersi verso  $\mathbf{P}_3$ .

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0(1-t)^3 + 3\mathbf{P}_1t(1-t)^2 + 3\mathbf{P}_2t^2(1-t) + \mathbf{P}_3t^3, \quad t \in [0, 1].$$



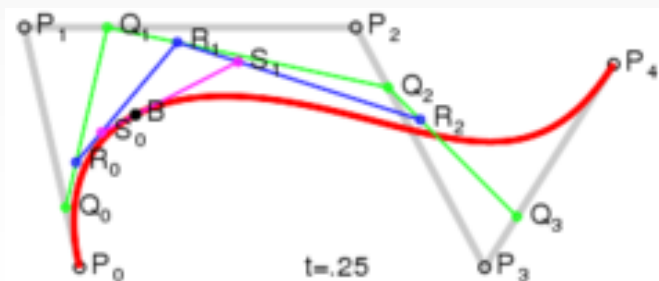


# GENERALIZZAZIONE

La curva di Bézier di grado  $n$  può essere generalizzata come segue.

Dati i punti  $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_n$ , la curva di Bézier:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \mathbf{P}_i (1-t)^{n-i} t^i = \mathbf{P}_0 (1-t)^n + \binom{n}{1} \mathbf{P}_1 (1-t)^{n-1} t + \dots + \mathbf{P}_n t^n, \quad t \in [0, 1].$$



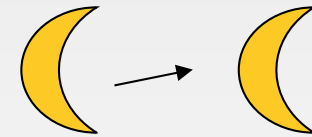
La curva di Bézier di quarto grado, con 4 punti ( $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$ ).



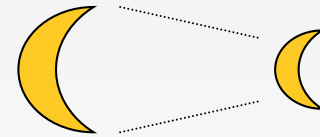
# TRASFORMAZIONI

Le più semplici trasformazioni geometriche 2D sono:

▫ **Traslazione**



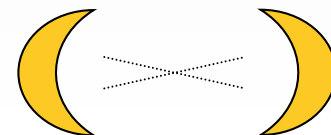
▫ **Scaling**



**Rotazione**



▫ **Riflessione**





# TRASFORMAZIONI

Traslazione

Rotazione

Riflessione

Scaling

Sono trasformazioni lineari che conservano lunghezze e angoli, alterando solo la posizione. Comportano quindi solo cambiamenti di posizione, non di stato.

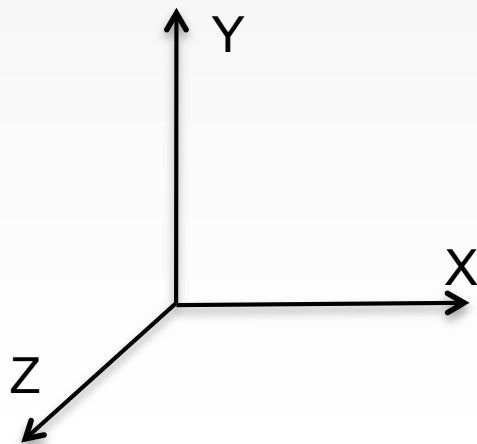
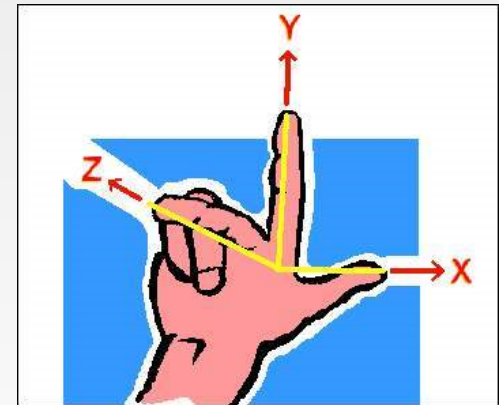
Sono trasformazioni non lineari che implicano il cambiamento di scala dell'elemento originario.





# CONVENZIONE DELLA MANO DESTRA

Per stabilire una regola nell'orientamento nello spazio, si ricorre alla **convenzione della mano destra** che consente di stabilire la posizione fissa dei tre assi fra di loro e allo stesso tempo anche di definire la direzione positiva degli assi, compreso quindi l'asse Z.



Con questa convenzione è possibile determinare la direzione positiva di una rotazione attorno ad un asse nello spazio che ricordiamo è positiva in senso antiorario (**CCW - Counter Clockwise**).



# ILLUMINAZIONE

## Modelli di illuminazione locale

I modelli di illuminazione sono equazioni matematiche che determinano il colore di un punto di una superficie.

Questi modelli tengono conto sia della radiazione luminosa che l'angolo di incidenza della radiazione luminosa forma con la superficie nel punto di illuminazione che della natura del materiale della superficie.





## COMPORTAMENTO DELLE SUPERFICI QUANDO VENGONO COLPITE DA RADIAZIONI LUMINOSE

### MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

Il modello di Phong per quanto riguarda l'illuminazione ha una buona approssimazione ed un basso costo computazionale.

E' un modello puntuale, nel senso che la luce proviene da un punto ed emette un raggio luminoso in tutte le direzioni

Esso tiene conto di 3 contributi:

- 1.AMBIENTALE: costante in tutta la scena
- 2.DIFFUSIVO: la luce si diffonde in tutta la scena indipendentemente dal punto di vista
- 3.SPECULARE: cono di illuminazione

Ogni componente viene modellata in termini di RGB in maniera separata.



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

## RIFLESSIONE AMBIENTALE:

Gli oggetti **non** emanano luce propria, quindi se non sono colpiti da una luce risultano neri.

Se supponiamo che ci sia una sorgente che emana luce in tutte le direzioni allora intensità luminosa del modello ambientale è così descritta:

$$I_a = I_{sorgente} \cdot K_a$$

$K_a$  Sono i coefficienti di riflessione ambientale tipico di ogni materiale (rappresentano la percentuale di luce che viene riflessa) ed il loro valore varia tra 0 e 1



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

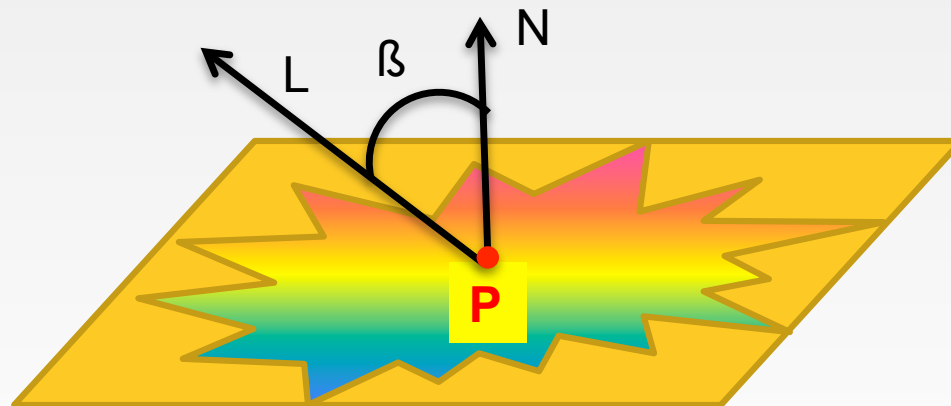
## RIFLESSIONE DIFFUSIVA:

Tale modello è tipico delle superfici opache, da esso prendono il nome di superfici diffuse o LAMBERTIANE.

L'intensità luminosa in un punto non varia dalla posizione dell'osservatore ma dipende esclusivamente dall'angolo  $\beta$  che il raggio luminoso (L) forma con la normale (N) al punto (P)



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG



Alcuni esempi di materiali diffusivi sono: il gesso, la plastica ecc.. Essi non riflettono ma la luce si distribuisce. Tale effetto non dipende dalla posizione dell'osservatore.



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

L'intensità è ottenuta dalla legge di **Lambert**;

Tale legge dice che l'intensità (**I<sub>d</sub>**) della luce riflessa diffusamente varia proporzionalmente al coseno dell'angolo tra la direzione **L** della luce e la normale **N** della superficie.

$$I_d = I_s K_d \cos \beta$$

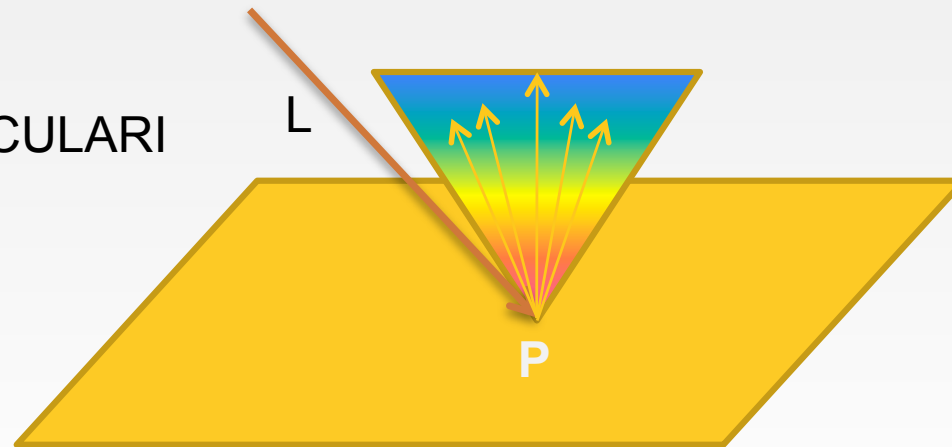
**I<sub>s</sub>** è l'intensità della componente diffusa della luce incidente e **K<sub>d</sub>** il coefficiente di riflessione diffusa del materiale che compone l'oggetto.



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

La radiazione luminosa una volta colpita la superficie viene riflessa in una direzione preferenziale

SUPERFICI SPECULARI



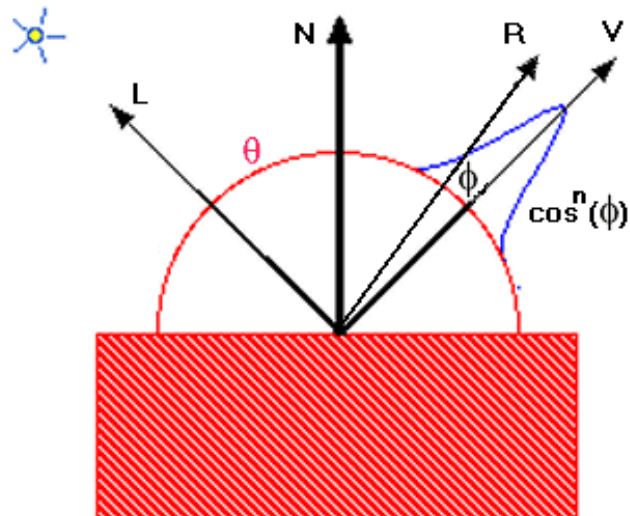
La radiazione luminosa  $L$  forma un cono limitato attorno al punto  $P$  di incidenza. La luce si riflette e questo rende l'effetto brillante. Tale effetto dipende dalla posizione dell'osservatore.





# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

La luce è riflessa principalmente nella direzione del vettore riflessione ed è attenuata di una quantità dipendente dalle proprietà fisiche della superficie; in questo caso quindi la posizione dell'osservatore incide sulla percezione della luminosità della superficie. La riflessione speculare modella le proprietà di riflessione della luce di superfici lucide.

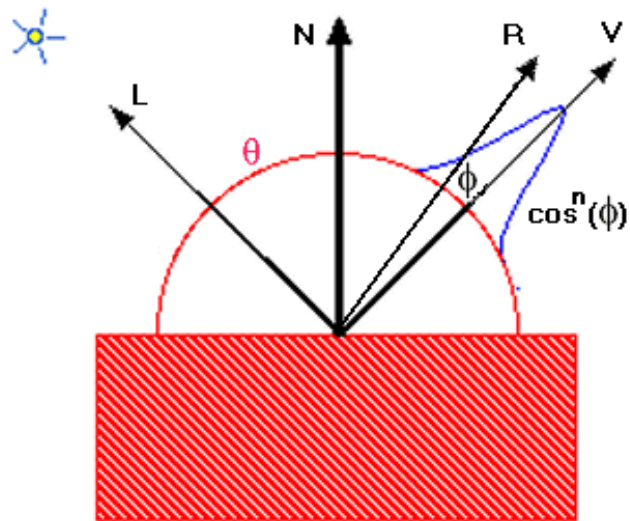


I raggi che arrivano in un punto sono riflessi specularmente ovvero l'angolo di incidenza e' uguale all'angolo di riflessione.

In generale i raggi non riflettono tutti in direzione R ma sono comunque concentrati lungo quella direzione; questa dispersione varierà inversamente al variare del grado di lucentezza della superficie.



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG



Si può quindi dedurre un modello del tipo :

$$I_r = K_s I_s \cos^n(\Phi)$$

prodotto scalare di due vettori :

$$I_r = K_s I_s (R \cdot V)^n$$

$K_s$  è il coefficiente di riflessione speculare  
 $I_s$  è la componente speculare della luce incidente

$n$  è l'esponente di riflessione speculare del materiale



# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG

Il modello di illuminazione finale, somma pesata delle componenti appena esposte, potrà essere espresso come :

Componente **Ambiente**  $I_a$  + Componente **Diffusa**  $I_d$  + Componente **Riflessa**  $I_r$

$$I_a = I_{sorgente} \cdot K_a$$

$$I_d = K_d \sum_{luci} I_{s,n} (L_n \cdot N)$$

$$I_r = K_s I_s (R \cdot V)^n$$

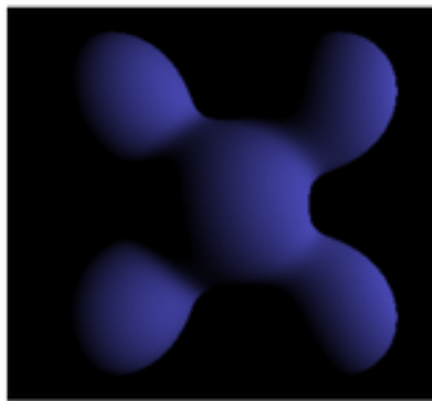


# MODELLO DI ILLUMINAZIONE DI PHONG



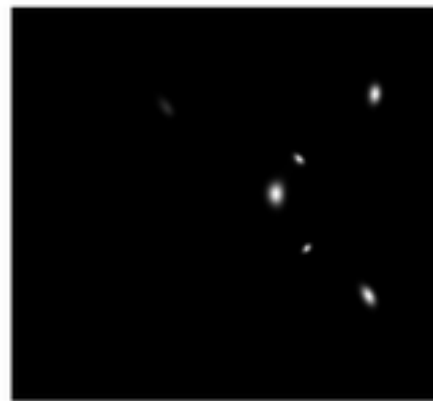
Ambient

+



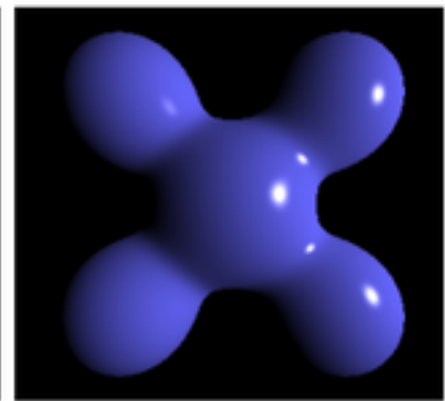
Diffuse

+



Specular

=



Phong Reflection